Como hogueras en la noche
una por segundo la última en ejecutar
su danza de combustión en la Galaxia
provocó el éxtasis de Johannes Kepler
por siempre geómetra [...]

«Desde una estrella enana», Natalia Carbajosa/Antonio Arias, *Multiverso* 2009

MÚSICA UNIVERSAL

Ya he escrito antes que soy «andorrémico» (analfabeto musical). Por eso me ha costado tanto preparar la sección de este mes sobre la música de las esferas, la armonía del mundo, la música universal, la *harmonia tou kosmou* (*AstronomíA* 2007 95, 26). Me he centrado en la base astronómica, matemática y solfeística del asunto en cuestión, planteado hace siglos por filósofos platónico-aristotélicos, medievales y renacentistas, pero desarrollado en profundidad por el matemático, astrónomo y astrólogo alemán Johannes Kepler en su libro *Harmonices Mundi* (*La armonía del mundo*, 1619).

«Hic locum habet etiam ◐». Fragmento de la página del *Harmonices Mundi* de Kepler en la que aparece la partitura coral para Saturno, Júpiter, Marte (aproximado), Tierra, Venus, Mercurio y Luna, para «la que también hay sitio». (archive.org)

En el quinto y último capítulo de *Harmonices Mundi*, Kepler enunció su tercera ley del movimiento planetario (la de que el cubo del semieje mayor es proporcional al producto del cuadrado del periodo orbital por la suma de las masas). Hace unos meses, intentando prepararme una entrevista para el programa de Radio Clásica *Música de las esferas*, de Ana Vega Toscano, leí que Kepler enunció en ese mismo capítulo que «la diferencia entre las velocidades angulares máximas y mínimas de un planeta en su órbita se aproxima a una proporción armónica.» El ejemplo más manido de esta teoría, y expuesto en profundidad en el *Harmonices Mundi*, es el del cociente entre las velocidades de la Tierra en el perihelio (máximo acercamiento al Sol, máxima velocidad orbital, a principios de enero) y el afelio (máximo alejamiento del Sol, mínima velocidad orbital, a principios de julio), que es 16:15 con los datos que disponía Kepler en su época. Resulta que esta variación es un semitono diatónico, como el intervalo musical que hay entre las notas *mi* y *fa*. La música de Marte y Júpiter suena en un intervalo 19:18. Y así para el resto de planetas del Sistema Solar conocidos por entonces… ¡Y yo que pensaba que la frecuencia asignada dependía del periodo orbital!

Este verano me he planteado desarrollar el tema desde la raíz y desde mi punto de vista empírico, y poder dar las pautas para generar una «Musica Universalis 2014». Para ello necesitamos aclarar ciertos conceptos astronómicos y musicales:

› El Sistema Solar tiene ocho planetas. En la época de Kepler, Herschel no había descubierto aún Urano, ni Galle/d'Arrest/Le Verrier habían descubierto aún Neptuno. Ceres y Plutón, ambos considerados planetas en algún momento de la historia, son solo planetas enanos, al igual que Éride, Haumea y Makemake.

› La velocidad orbital de un planeta v depende de la masa del Sol M, el semieje mayor a, y la separación física en cierto momento r a través de la ecuación $v^2 = GM\,(2/r - 1/a)$,

EXCENTRICIDADES ORBITALES E INTERVALOS MUSICALES

Planeta	*e* (J2000)	$(1+e)/(1-e) = v_{per}/v_{af}$	n_{orb} [cent]	Intervalo musical	n_{mus} [cent]	Voz
Mercurio	0,20563069	1,5177	722,29	Quinta (3:2)	701,96	Soprano
Venus	0,00677323	1,0136	23,45	Coma pitagórica (3^{12}:2^{19})	23,46	Contralto
Tierra	0,01671022	1,0340	57,86	Semitono cromático (25:24)	70,67	Contralto
Marte	0,09341233	1,2061	324,38	Tercera menor (6:5)	315,64	Mezzo-soprano
Júpiter	0,04839266	1,1017	167,69	Segunda neutral (11:10)	165,00	Bajo
Saturno	0,05415060	1,1145	187,68	Segunda mayor o tono (10:9)	182,40	Barítono
Urano	0,04716771	1,0990	163,44	Segunda neutral (11:10)	165,00	Tenor
Neptuno	0,00858587	1,0173	29,73	Coma septimal (64:63)	27,26	Tenor

donde G es la constante de la gravitación universal.

› Por simple geometría y definición de variables, la separación física entre el Sol y un planeta es $r_{per} = (1 - e)\,a$ en el perihelio, y $r_{ap} = (1 + e)\,a$ en el afelio, donde e es la excentricidad orbital.

› Sustituyendo y desarrollando, el cociente entre velocidades en el perihelio y el afelio resulta un valor muy sencillo que solo depende de la excentricidad: $v_{per}/v_{ap} = (1 + e) / (1 - e)$. Para hacerse una idea, con los valores de las excentricidades conocidas hoy en día, este cociente varía aproximadamente entre 1,014 de Venus (el menos excéntrico, esto es, con la órbita más circular) y 1,5177 de Mercurio (el más excéntrico, o con la órbita más elíptica).

La sección de este mes es sobre la música de las esferas, la armonía del mundo, la música universal, y centrada en la base astronómica, matemática y solfeística

› A cada nota musical le corresponde una frecuencia. Así, a la_3 (A_4) le corresponden 440 Hz, que se considera el patrón de afinación desde mediados del siglo XX (diapasón). A do_3 (C_4), el primer «do» que estudiamos en el colegio (do central), le corresponden 261,626 Hz, aproximadamente. A do_4 (C_5), el último «do» cuando cantamos «do-re-mi-fa-sol-la-si-do», le corresponden unos 523,251 Hz, que es justo el doble que la frecuencia de do_3. Entonces, el intervalo musical entre dos sonidos cuyas frecuencias tienen una relación 2:1 es una octava (*Ejercicio: ¿qué frecuencia le corresponde a* la$_4$ *(A_5), el último «la» cuando cantamos «la-si-do-re-mi-fa-sol-la"? Respuesta: 880 Hz*).

› En el sistema temperado, una octava contiene seis tonos o doce semitonos, que es el menor de los intervalos entre notas consecutivas en una escala diatónica (por ejemplo, entre *mi* y *fa*). Una octava contiene también 1200 cents exactamente. El cent es la unidad para cuantificar intervalos y compararlos en distintos sistemas de afinación. Entre dos sonidos separados por 1 cent (idénticos para el sonido humano), sus frecuencias tienen una relación aproximada 1+1/1731:1. Para calcular exactamente cuántos cents n hay entre dos frecuencias a y b, se usan las fórmulas $n = 1200 \log_2 (b/a) \approx 3986 \log_{10} (b/a)$.

› Entre la octava y el cent hay multitud de intervalos musicales definidos bajo distintos sistemas de afinación. En la época de Kepler, los sistemas más usados eran el pitagórico y el justo, mientras que en la actualidad se usa sobre todo el temperado de doce tonos. Al final, todo es física, y los intervalos actuales son la evolución natural del cociente del número de ondas estacionarias que Pitágoras y Euclides generaban en su monocordio, que era un instrumento antiguo con caja armónica y una sola cuerda.

En la tabla adjunta he intentado resumir y actualizar los valores de Kepler con los datos más actuales de excentricidad orbital de los ocho planetas (él solo lo hizo con seis), cociente de velocidades en perihelio y afelio, número de cents que corresponderían a este cociente al equiparar velocidades orbitales con frecuencias y el intervalo musical sencillo más parecido. En realidad, hay otros intervalos aún más parecidos, pero más complicados; por ejemplo, para Mercurio, una «sexta disminuida estrecha» de 1024:675 (n = 721,51 cent) ajusta mejor que una quinta. También, Kepler usó un intervalo unísono (1:1) para Venus, mientras que una coma pitagórica (uno de los intervalos más pequeños, apenas perceptible por el oído humano) parece sonar mejor.

Las voces elegidas para cada planeta en la última columna, femeninas para los telúricos, masculinas para los gaseosos, son para abrir el apetito a algún músico profesional que lea esta frikada, porque necesito ayuda para «componer» una pieza para coro a ocho voces. Continuará… (**A**)

José Antonio Caballero
es astrofísico en el Centro de Astrobiología.

Para contactar: *c4b4llero@gmail.com.*
Web: *exoterrae.eu.*